

## تمرینات سری چهارم نظریه گراف (تطابق و تجزیه)

مهلت تحویل: ۸۷/۹/۱۲

۱. نشان دهید که گردایه تمام زیرمجموعه‌های  $n-1$  عضوی از یک مجموعه  $n$  عضوی که  $n \geq 2$ ، دارای یک سیستم از نمایندگان متمایز است.
۲. ثابت کنید که تطابق ماکزیمم  $n$ -مکعب شامل  $2^{n-1}$  یال است.
۳. نشان دهید که  $C_n \times K_2$  برای هر  $n \geq 4$  -تجزیه پذیر است.
۴. نشان دهید که اگر  $T \cong P_n$  که  $n$  زوج است، آن گاه  $K_n, T$  -تجزیه پذیر است.
۵. یک covering از گراف  $G(V, E)$  یک مجموعه مانند  $K \subseteq V$  است به صورتی که هر کمان در گراف  $G$ ، حداقل یک رأس مشترک با  $K$  داشته باشد.  $K$  کوچک‌ترین مجموعه covering است هرگاه  $K' \subseteq V$  موجود نباشد که  $|K'| < |K|$  باشد.
- ثابت کنید که اگر  $M$  یک تطابق و  $K$  یک covering در گراف  $G$  باشند که  $|M| = |K|$ ، آن گاه  $M$  بیش‌ترین تطابق و  $K$  کوچک‌ترین covering است.
۶. ثابت کنید هر گراف  $3$ -منظم بدون یال برشی، یک تطابق کامل دارد.
۷. نشان دهید درخت  $T$  دارای تطابق کامل است اگر و تنها اگر به ازای هر رأس  $v \in V(T)$  داشته باشیم  $o(T-v) = 1$  (تعداد مولفه‌های فرد  $T-v$ )
۸. نشان دهید هر درخت حداکثر یک تطابق کامل دارد. درختی رسم کنید که یک تطابق کامل داشته باشد.
۹. برای هر  $n \geq 3$  یک گراف با  $n$  رأس بسازید که تطابق کامل نداشته باشد.

"انسان منطقی، خود را با جهان وقف می‌دهد. انسان غیرمنطقی، تلاش می‌کند که جهان را با خود وقف دهد."

"بهرج بنزاردشاو(نمایشنامه نویس)"

لذا تمام پیشرفت‌ها بستگی به انسان غیر معقول دارد!!"

موفق باشید