تمرینات سری ششم نظریه گراف

(فصل هشتم:گراف‌های همیلتونی و فصل نهم: گراف‌های مسطح و فصل دهم: رنگ‌آمیزی گراف‌ها)

مهلت تحویل: روز امتحان پایان‌ترم گراف

1. ثابت کنید اگر G گرافی با یک مسیر همیلتونی باشد، آن‌گاه برای هر زیرمجموعه سره S از $V(G)$ داریم: $k(G-S) \le |S|+1$
2. ثابت کنید $K_{n,n+1}$ برای هر عدد صحیح مثبت n، غیرهمیلتونی و K_n برای $n \ge 2$ همیلتونی است.
3. نشان دهید که اگر G گرافی از مرتبه $p \ge 3$ باشد و راس‌های u و v راس‌های غیرمجاور در G باشند به طوری که $\deg u + \deg v \ge p$، آن‌گاه G همیلتونی است اگر و فقط اگر $G+uv$ همیلتونی باشد.
4. نشان دهید به ازای هر جفت عدد صحیح مثبت m و n، گراف $\bar{K}_2 + (K_m \cup K_n)$ همیلتونی است.
5. نشان دهید اگر G یک گرافی دوبخشی با بخش‌های V_1 و V_2 باشد، آن‌گاه $|V_1|=|V_2|$.
6. نشان دهید برای هر عدد صحیح d که $2 \le d \le 5$، یک گراف مسطح ماکزیمال d–منظم وجود دارد.
7. نشان دهید که اگر کوتاه‌ترین دور در گراف مسطح $G=(p,q)$ از طول k باشد، آن‌گاه $q \le \frac{k(p-2)}{k-2}$.
8. نشان دهید $C_3 \times C_3$ مسطح نیست.
9. نشان دهید که اگر G گرافی از مرتبه p باشد، آن‌گاه:
   1. $p \le \chi(G).\beta(G)$.
   2. $\chi(G) \le p+1-\beta(G)$.
10. اثبات یا رد کنید: اگر G گرافی با $\chi(G)$ باشد، آن‌گاه $\delta(G) \ge n-1$.

11. نشان دهید که $f(C_n,t)=(t-1)^n+(-1)^n(t-1)$.

12. اگر $\chi(G)\le 4$، آیا G باید مسطح باشد؟

13. فرمولی برای $\chi_l(Q_n)$ که $n\ge 2$ و $\chi_l(K_p)$ که $p\ge 2$ به دست آورید.

14. نشان دهید که قضیه ویزینگ در گراف‌های چندگانه صادق نیست.

15. با در نظر گرفتن هر خانواده از بازه‌ها، می‌توان گرافی تعریف کرد که راس‌هایش بازه‌ها باشند و بین دو راس یک کمان موجود است هنگامی که بازه‌های متناظر دو راس، اشتراک داشته باشند. این گراف، یک گراف بازه‌ای نامیده می‌شود.

ثابت کنید: اگر G یک گراف بازه‌ای باشد، آن‌گاه $\chi(G)=\omega(G)$.

"امروز، اولین روز بقیه عمر من است!!"

موفق باشید