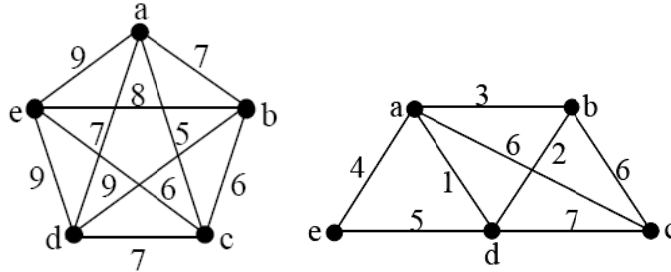


تمرینات سری دوم نظریه گراف (فصل سوم: درخت‌ها)

مهلت تحویل: ۸۷/۸/۵

۱. ثابت کنید هر درخت با حداقل دو راس، یک گراف دوبخشی است.
۲. تعداد زیردرخت‌های فراگیر گراف‌های زیر را بیابید:
(۱) $K_n - e$ که در آن e یک کمان دلخواه از K_n است.
(۲) $K_{2,n}$
۳. فرض کنید T درختی از مرتبه n باشد. نشان دهید T با زیرگرافی از \bar{C}_{n+2} (مکمل دور C_{n+2}) یکرخت است.
۴. اثبات کنید اگر G گرافی همبند از مرتبه q با این خاصیت باشد که هر زیرگراف از اندازه $p-1$ یک زیردرخت فراگیر است، آن‌گاه G یک درخت یا یک دور است.
۵. اثبات یا رد کنید:
(۱) اگر G گرافی همبند برچسب دار شده باشد که در آن هر دو درخت فراگیر یکرخت هستند، آن‌گاه G یک درخت یا یک دور است.
(۲) در یک درخت با مرتبه $p \geq 3$ تعداد رئوس برشی بیش‌تر از تعداد پل‌هاست.
(۳) اگر G گرافی باشد که در آن $p = q + 1$ ، آن‌گاه G یک درخت است.
(۴) اگر G گرافی با این خصوصیت باشد که بین هر دو راس u و v در G ، مسیر منحصر به فرد وجود داشته باشد، آن‌گاه G یک درخت است.
۶. فرض کنید T یک درخت با $p \geq 3$ راس و k برگ باشد. تعداد راس‌های برشی و پل‌های G را به دست آورید.
۷. فرض کنید G یک گراف همبند وزن‌دار باشد که یال‌هایش وزن‌های متفاوتی دارند. نشان دهید کوچک‌ترین درخت فراگیر G منحصر به فرد است.
۸. نشان دهید که برای هر عدد صحیح $n \geq 2$ یک گراف وزن‌دار همبند که دقیقاً n کوچک‌ترین درخت فراگیر دارد، وجود دارد.

۹. برای گراف‌های وزن‌دار داده شده، کوچک‌ترین درخت فراگیر بیابید.



۱۰. فرض کنید Q یک برش و T یک درخت فراگیر از گراف همبند G باشند. نشان

دهید که $T \cap Q$ غیرتهی است.

۱۱. فرض کنید d_{\max} نشان دهنده بیش‌ترین درجه راس‌ها در درخت T باشد. نشان

دهید T حداقل d_{\max} برگ دارد.

تمریناتی از کتاب درسی برای تمرین بیش‌تر:

p.95 2, 5, 6, 7, 9, 15, 19

p.121 1

p.135 4, 6

یک همیشه به یاد داشته باش تا به فراموشی بسیاری آنچه را که اندوهگینت می‌سازد

اما... هرگز فراموش مکن به یاد داشته باشی آنچه را که شادمانت می‌سازد.

موفق باشید